

## Quanti interessi si pagano con una carta di credito revolving?

Se paghiamo un bene o un servizio con la carta di credito, la spesa non ci viene subito addebitata, ma è anticipata dall'ente emittente della carta, per esempio dalla banca.

Per restituire la quota abbiamo due possibilità, a seconda della carta di credito che abbiamo scelto:

- il rimborso in un'unica soluzione, con addebito mensile e senza pagamento di alcun interesse (carta di credito **a saldo**);
- il rimborso a rate, con il pagamento di interessi (carta di credito **revolving**).

Una carta revolving si può usare fino al raggiungimento di un limite massimo, detto **plafond**.

Ogni rata è quindi composta da due parti:

- la **quota interessi** che comprende gli interessi dovuti all'emittente per quel mese;
- la **quota capitale**, che comprende la parte di somma da restituire rimborsata all'emittente per quel mese.

Solo la quota capitale reintegra il plafond e può essere nuovamente spesa utilizzando la carta.

Vediamo ora come si calcolano le rate e gli interessi di una carta revolving con queste caratteristiche:

- Plafond: 1500 €
- TAN: 15%
- TAEG: 21,7%

Il TAN è il tasso annuo nominale, mentre il TAEG è il tasso annuo effettivo globale e comprende anche le spese di gestione dell'emittente.

### Come si calcolano la rata mensile e la quota interessi?

Ipotizziamo di aver speso in un'unica soluzione i 1500 € che avevamo a disposizione e di doverli rimborsare in 12 rate mensili tutte di uguale importo.

Il tasso di interesse mensile si calcola a partire dal TAN con la regola della capitalizzazione semplice. Dividiamo quindi il TAN per il numero di rate, cioè 12:

$$i = \frac{\text{TAN}}{12} = \frac{0,15}{12} = 0,0125.$$

Conosciamo quindi l'importo da restituire (nel nostro caso  $D_0 = 1500$  €), il numero di rate (nel nostro caso  $n = 12$ ) e il tasso mensile (appena calcolato). Appliciamo allora questa regola per determinare l'importo  $R$  di ogni rata:

$$R = \frac{D_0}{\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}} = \frac{D_0 \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}}.$$

Nel nostro esempio, l'importo di ciascuna rata (in euro) quindi è:

$$R = \frac{1500 \cdot 0,0125}{1 - (1 + 0,0125)^{-12}} \simeq 135,39.$$

**1** Considera la situazione appena descritta.

- Qual è la quota  $I$  di interessi pagati in totale?
- Calcola quali sarebbero l'importo della rata e la quota interessi sul totale se il rimborso avvenisse in 24 rate mensili invece che in 12.

[a)  $I \simeq 124,68$  €; b)  $R \simeq 72,73$  €;  $I \simeq 245,52$ ]

### Come si calcolano la quota interessi e la quota capitale di ciascuna rata?

Quando l'importo della rata è costante, come nel caso che abbiamo descritto, la quota interessi della singola rata decresce nel tempo, mentre la quota capitale aumenta.

La quota interessi della prima rata si ottiene come  $I_1 = D_0 \cdot i$ . Nel nostro caso otteniamo questo valore, in euro:

$$I_1 = D_0 \cdot i = 1500 \cdot 0,0125 = 18,75.$$

La quota capitale, in euro, è

$$C_1 = R - I_1 = 116,64$$

e il debito residuo, sempre in euro, è

$$D_1 = D_0 - C_1 = 1500 - 116,64 = 1383,36.$$

Ripetiamo il procedimento per ogni rata, cioè calcoliamo:

- $I_k = D_{k-1} \cdot i$
- $C_k = R - I_k$
- $D_k = D_0 - C_k$

per ogni valore di  $k$  compreso tra 2 e 12, poiché 12 è il numero delle rate.

Otteniamo in questo modo la seguente tabella.

N° pagamento	Rata $R$	Quota interessi $I_k$	Quota capitale $C_k$	Debito residuo $D_k$
1	135,39 €	18,75 €	116,64 €	1383,36 €
2	135,39 €	17,29 €	118,10 €	1265,26 €
3	135,39 €	15,82 €	119,57 €	1145,69 €
4	135,39 €	14,32 €	121,07 €	1024,62 €
5	135,39 €	12,81 €	122,58 €	902,04 €
6	135,39 €	11,28 €	124,11 €	777,93 €
7	135,39 €	9,72 €	125,67 €	652,26 €
8	135,39 €	8,15 €	127,24 €	525,02 €
9	135,39 €	6,56 €	128,83 €	396,19 €
10	135,39 €	4,95 €	130,44 €	265,75 €
11	135,39 €	3,32 €	132,07 €	133,68 €
12	135,39 €	1,67 €	133,72 €	0,00 €

**2** Considera la situazione appena descritta.

- Qual è il plafond dopo il pagamento della terza rata?
- Quante rate deve pagare il cliente per effettuare una nuova spesa di 400 €?
- Costruisci un foglio elettronico che calcoli i valori in tabella e usalo per determinare la quota interessi, la quota capitale e il debito residuo di ogni rata, nel caso di restituzione in 24 rate mensili anziché in 12.

[a) 354,31 €; b) 4 rate]

### Approfondimento: Che cosa rappresenta il TAEG?

Nel valutare il costo complessivo di una carta revolving, il solo TAN non è sufficiente perché non tiene conto di eventuali costi aggiuntivi, come l'invio dell'estratto conto o le spese dovute all'emittente per utilizzare i suoi servizi. Occorre per questo far riferimento al tasso annuo effettivo globale (TAEG), che permette di calcolare il tasso mensile effettivo con la regola della capitalizzazione composta.

Nella carta di credito del nostro esempio, il TAEG è fissato a 21,7 % e comprende i seguenti costi:

- quota associativa annuale: 5 €
- invio estratto conto mensile: 3 €

Per verificare che il valore del TAEG sia corretto, calcoliamo il tasso equivalente mensile con la regola della capitalizzazione composta:

$$i = (1 + \text{TAEG})^{\frac{1}{12}} - 1 = (1 + 0,217)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,0165.$$

A questo valore corrisponde una rata mensile effettiva di 138,81 €, lo stesso importo che otterremo sommando alla rata pura i costi aggiuntivi (su base mensile) sopra elencati.

### Approfondimento: Come si ottiene la formula $R = \frac{D_0}{\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}}$ ?

Le rate mensili sono versate in tempi diversi, ma possono essere convertite nel loro valore attuale, cioè al tempo zero, moltiplicando per il fattore di sconto  $\frac{1}{(1+i)^k}$  dove  $k$  varia da 1 a  $n$  e indica la  $k$ -esima rata. Imponendo che la somma dei valori attuali, cioè riportati al tempo zero, delle singole rate (costanti) sia pari al debito contratto al tempo zero  $D_0$ , otteniamo la relazione:

$$D_0 = \sum_{k=1}^n \frac{R}{(1+i)^k}.$$

Osserviamo che stiamo calcolando la somma dei primi  $n$  termini di una progressione geometrica di ragione  $q = \frac{1}{1+i}$  quindi:

$$D_0 = Ra_n|_i, \quad \text{con } a_n|_i = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}.$$